शोधांच्या कथा: १३

अंकांचा उगम

आयझॅक आसिमॉव्ह

अनुवाद: सुजाता गोडबोले

१ आकडे आणि बोटे

हजारो वर्षांपूर्वी लोक जेव्हा 'किती?' असा प्रश्न विचारू लागले, तेव्हा त्यांना आकड्यांची गरज भासू लागली.

आपल्या मेंढ्यांपैकी एकही मेंढी हरवलेली नाही याची खात्री होण्यासाठी आपल्याकडे किती मेंढ्या आहेत हे प्रथम माहित असावे लागेल. एखादी गोष्ट होऊन आता किती दिवस झाले हे सांगायचे असेल, किंवा आपल्या वसाहतीकडे बाहेरचे किती लोक येत आहेत हे जाणून घ्यायचे असेल तर ते कसे मोजणार?

आपल्या जवळच्या सर्व वस्तू लोक दाखवू शकत किंवा प्रत्येक वस्तूचे नाव सांगू शकत. तुमच्या टोळीने अस्वल मारले होते त्याला आता किती दिवस झाले असे जर कोणी विचारले तर, 'एक दिवस, आणखी एक दिवस, आणि आणखी एक दिवस, आणखी एक दिवस.' हे उत्तर तसे गोंधळात टाकणारेच आहे. नेमके उत्तर यातून हरवूनच जाईल.

आपल्या मनातील उत्तराची दुसऱ्या कशाशी तरी तुलना करणे शक्य आहे. नदीजवळ एका ठिकाणी बरीच झाडे आहेत असे कदाचित तुमच्या लक्षात आले असेल. तिथे एक झाड आहे, आणि एक झाड आहे, आणखी एक झाड आहे, आणि आणखी एक. 'आमच्या टोळीने एक अस्वल मारले त्याला, नदीकिनारी त्या ठिकाणी जेवढी झाडे आहेत तेवढे दिवस झाले.'

यावरून खरे उत्तर समजू शकेल. त्या झाडांकडे पाहून किती दिवस झाले असतील याची एखाद्याला कल्पना येऊ शकेल.

पण दरवेळी असा एखादा झाडांचा, फुलांचा, दगडांचा किंवा ताऱ्यांचा, आपल्याला हव्या तेवढ्या वस्तूंचाच समूह, आणि तो ही जवळपास कसा काय मिळणार? प्रत्येक वेळी कशाकडे तरी बोट दाखवून 'तितके' असे कसे म्हणता येणार?

जर आपल्याला हव्या तेवढ्या वस्तूंचे वेगवेगळे गठ्ठे आपल्याजवळ कायम असले तर किती बरे होईल, नाही का? म्हणजे केव्हाही 'किती' असा प्रश्न विचारला गेला, तर आपण योग्य त्या गठ्याकडे बोट दाखवून म्हणू शकू, 'तेवढे'.

ज्या कोणाला असे वेगवेगळे गठ्ठे असावेत असा विचार सुचला, त्याने निश्चितच आपल्या हाताच्या बोटांचा विचार केला असेल. आपल्या हाताइतके सोयीस्कर दुसरे काय असणार?

तुमच्या हाताकडे पहा. प्रत्येक हाताला एक बोट आहे, आणखी एक बोट, आणखी एक बोट, आणखी एक बोट आणि आणखी एक बोट आहे. आपला हात वर करून आणि त्याची बोटे दाखवून तुम्हाला म्हणता येईल, 'आमच्या टोळीने अस्वल मारले त्याला माझ्या हाताला जितकी बाटे आहेत तितके दिवस झाले,'

प्रत्येक बोटाला तुम्ही एक नावही देऊ शकाल. एका बाजूला एकटे असणाऱ्या बोटाला आपण 'अंगठा' म्हणतो. त्याच्या शेजारची 'तर्जनी', त्याच्या शेजारचे 'मधले बोट', त्यानंतर 'अनामिका' आणि शेवटची 'करंगळी'.

तुम्हाला हवीत तेवढीच बोटे तुम्ही दाखवू शकता. फक्त तर्जनीच वर ठेवून, आणि बाकीची बोटे खाली दडवून, तुम्ही 'इतके' असे म्हणू शकता; किंवा तर्जनी आणि मधले बोट दाखवून, 'इतके' असे म्हणता येते. एका हाताची सर्व बोटे आणि दुसऱ्या हाताची तर्जनी दाखवून 'इतके' असेही म्हणता येते...

पण जर हात वर करून दरवेळी बोटे दाखवावी लागली नाहीत तर किती बरे होईल. एखादे वेळेस खाली ठेवता येणार नाही असे काहीतरी तुमच्या हातात असेल. एखादे वेळेस इतकी थंडी असेल की बर्फासारख्या वाऱ्यात तुम्हाला बोटे बाहेर काढायची नसतील. कदाचित अंधारात बोटे कुणाला दिसणारच नाहीत.

जर, बोटांच्या प्रत्येक समुहासाठी एक वेगळाच शब्द वापरला तर? उदाहरणार्थ, केवळ तर्जनी वर करून 'इतके' असे म्हणण्या ऐवजी, 'एक' असा शब्द म्हंटला. मग, तर्जनी दाखवून 'माझ्याकडे इतक्या सुऱ्या आहेत' असे म्हणण्या ऐवजी, 'माझ्याकडे एक सुरी आहे' असे म्हणता येईल. हात खिशात घालून अंधारात जरी असे म्हंटले तरी ऐकणाऱ्याला त्याचा अर्थ समजेल.

आपण 'एक' असेच का म्हणतो? दुसरा एखादा शब्द का नाही ? याचे उत्तर कोणाकडेच नाही. हजारो वर्षांपूर्वी हा शब्द बनवण्यात आला, आणि आता तो कसा आला हे कोणालाच माहित नाही.   आधुनिक युरोपातल्या भाषा विकसित होण्यापूर्वीपासून हा शब्द प्रचलित आहे. युरोपातल्या सर्व आधुनिक भाषात याची निरनिराळी रूपे वापरात आहेत पण ते सर्व शब्द खूपसे एकसारखेच आहेत.

इंग्रजीत आपण 'वन्' (ॅपश) म्हणतो, तर फ्रेंच शब्द आहे 'अं' (िंप) , स्पॅनिशमधे 'उनो' (िंपे), जर्मन मधे 'आइन'(शळप), लॅटिनमधे 'उनस' (िंपी) आणि ग्रीकमधे 'मोनोस' (ापी) . या सर्व शब्दात 'न' हे अक्षर आहे. हे सर्व शब्द एकाच मूळ शब्दापासून आले आहेत पण तो शब्द आता आपल्याला माहित नाही.

त्या मूळ शब्दाचा किंवा इतर भाषातल्या शब्दांचा विचार करण्याचे आपल्याला काहीच कारण नाही. आपण इथे फक्त आपल्या भाषेतला शब्द वापरूया.

तर्जनी आणि मधले बोट यांना एकत्रितपणे आपण 'दोन' असे म्हणतो. तर्जनी, मधले बोट आणि अनामिका मिळून होतात 'तीन'. त्यानंतर आपण चार, पाच, सहा, सात, आठ, नऊ आणि दहा असे म्हणतो.

दोन्ही हाताची बोटे पसरून दाखवून, 'माझ्याकडे इतके आहेत' , असे म्हणण्यासाठी आपण 'दहा' हा शब्द वापरतो.

एकदा या शब्दांची सवय झाली, की 'किती' हे वर्णन करणे अगदी सोपे होते. मग, 'मी तुम्हाला सहा दिवसांपूर्वी भेटलो होतो', किंवा 'शेकोटीसाठी लाकडाचे आठ ओंडके आण' किंवा 'मला दोन बाण दे' असे सहज म्हणता येते.

समजा, कोणीतरी तुमच्या पायाशी बाणांची एक रास आणून टाकली आणि म्हंटले, 'हे बाण आहेत पण किती आहेत ते मला माहित नाही' तर तुम्ही ते मोजू शकता. एक बाण उचलून तुम्ही म्हणू शकता, 'एक', दुसरा उचलून तुम्ही म्हणाल, 'दोन', शेवटचा बाण उचलून जर तुम्ही 'सात' असे म्हणाला असाल, तर त्याचा अर्थ तिथे सात बाण आहेत. आपल्याला एकूण दहा बोटे असतात म्हणून 'किती' या प्रश्नाचे उत्तर देण्यासाठी आपण दहा निरनिराळे शब्द वापरतो. या शब्दांना 'आकडे' असे म्हणतात.

दहाहून अधिक वस्तूंचा समूह करणेही अगदी सोपे आहे. समजा तुमच्याकडे काही बाण आहेत आणि एक एक करून उचलताना तुम्ही ते मोजलेत. अखेर एक बाण उचलून तुम्ही दहा असे म्हंटले, पण तरीही जमिनीवर अजून काही बाण आहेतच. मग काय करायचे? आता आणखी आकड्यांची गरज आहे. जर आणखी आकड्यांसाठी सारखे नवे शब्द बनवले, तर ते सर्व लक्षात ठेवणे अवघडच होईल. एक, दोन, तीन, चार, पाच, सहा, सात, आठ, नऊ, दहा, हे दहा आकडे लक्षात ठेवायला पुष्कळ आहेत.

पण हेच आकडे एखाद्या विशेष पद्धतीने वापरून नवे आकडे तयार केले आहेत अशी कल्पना करा. मग ते नवे आकडे लक्षात ठेवणे सोपे होईल.

उदाहरणार्थ, दहा बाण जमिनीवरून उचलल्यावर जर आणखी एक बाण शिल्लक राहिला असेल. तर 'एक शिल्लक रहिलेला, इतके बाण आहेत'. मजा म्हणजे, इंग्रजीत 'इलेव्हन' (अकरा)हा आकडा दर्शवणाऱ्या जुन्या इंग्रजी शब्दाचा अर्थ 'एक शिल्लक ' असाच होतो.

त्याच पद्धतीने, 'ट्वेल्व' (बारा) या शब्दाचा प्राचीन इंग्रजीतील अर्थ आहे 'दोन शिल्लक'.

त्यानंतर तर हे आणखीच सोपे होते. 'थर्टीन' (तेरा) हा तीन आणि दहा हे थोडे वेगळ्या पद्धतीने लिहिण्याचाच एक मार्ग आहे. जर लिहिताना 'ींहीशशींशशप' असे लिहिले तर ते जवळ जवळ 'ींहळींशशप' असे लिहिण्यासारखेच आहे. फोर्टीन (चौदा) हे तर चार आणि दहा यांच्या आणखीच जवळ आहे. त्यानंतर येतात फिफ्टीन (पंधरा), सिक्स्टीन (सोळा), सेव्हन्टीन (सतरा), एटीन (अठरा) आणि नाइन्टीन (एकोणीस). नाइन्टीन म्हणजे तर 'नाइन आणि टेन'. त्याहून आणखी एक म्हणजे 'दोन दहा'. नाइन्टीन नंतरचा आकडा म्हणजे 'ट्वेन्टी' (वीस). वास्तविक हा आकडा देखील जुन्या इंग्रजीतील 'दोन दहा' या अर्थाच्या शब्दाचेच एक रूप आहे.

त्यानंतर येतो 'ट्वेन्टी वन' म्हणजे 'दोन दहा अधिक एक' . त्यानंतर 'ट्वेन्टी टू' (बावीस), ट्वेन्टी थ्री' (तेवीस) असे 'ट्वेन्टी नाइन' (एकोणतीस) पर्यंत म्हणजे 'दोन दहा अधिक नऊ'. त्यानंतरचा आकडा म्हणजे, 'दोन दहा अधिक दहा' याचाच अर्थ, 'तीन दहा'. 'थर्टी' (तीस) या शब्दाचा तोच अर्थ आहे.

अशा प्रकारे मोठमोठ्या आकड्यांसाठी आपण शब्द तयार करत गेलो, तर आपण 'थर्टी नाइन' (एकोणचाळीस) पर्यंत येतो. त्यानंतर येतो 'फॉर्टी' (चाळीस) म्हणजे 'चार दहा'. मग येतात, 'फिफ्टी' (पन्नास), 'सिक्स्टी' (साठ), 'सेव्हन्टी' (सत्तर), 'एटी' (ऐंशी) आणि 'नाइन्टी' (नव्वद).

अखेर आपण 'नाइन्टी नाइन' (नव्याण्णौ) पर्यंत येतो म्हणजे 'नऊ दहा अधिक नऊ'. त्यानंतरचा आकडा होईल 'दहा दहा'. दरवेळी आपण दहा आणि काहीतरी पाशी आलो की एक नवा शब्द तयार करतो. (दहा हा आकडा आपल्या दोन्ही हाताच्या बोटांएवढा, म्हणून महत्वाचा आहे.) त्याच कारणाने, 'दहा दहा' याला 'हंड्रेड' (शंभर) असे म्हणतात. हा शब्दही आता वापरात नसलेल्या एका जुन्या इंग्रजी शब्दावरूनच आला आहे.

आपण अशा तऱ्हेने मोठ मोठे आकडे बनवू शकतो. शंभर आणि एक, शंभर आणि अकरा, शंभर आणि तेहतीस, शंभर आणि अडुसष्ठ. जेव्हा आपण एकशे नव्याण्णौ पर्यंत पोचतो, त्याच्या पुढचा आकडा होतो दोनशे किंवा दोन शंभर.

अशा प्रकारे आपण तीनशे, चारशे वगैरे म्हणू शकतो. दहा शंभर पर्यंत गेल्यावर आपल्याला परत एका नव्या शब्दाची आवश्यकता भासते. दहा शंभर यासाठी आपण 'थाउजंड' (हजार) हा शब्द वापरतो. मग तिथून पुढे दोन हजार, तीन हजार वगैरे वगैरे...

याहूनही मोठ्या आकड्यांसाठी शब्द आहेत पण ते आधुनिक काळात बनवण्यात आले. प्राचीन काळी 'हजार' च्या पुढे जाण्याची क्वचितच कधी आवश्यकता भासत असे, म्हणून आपण तिथेच थांबूया.

२ आकडे आणि लिखाण

आकड्यांचा शोध प्रथम कधी लागला हे कोणालाच माहित नाही, पण तो निश्चितच लिहिण्याच्या शोधापूर्वी लागला असणार. मग अशी एक वेळ आली की मनुष्याला शब्दांसाठी काहीतरी खुणा निश्चित करण्याच्या पद्धतीची आवश्यकता भासू लागली. सुमारे ५००० वर्षांपूर्वी आपण आता ज्याला इराक म्हणतो, त्या देशात हे घडले. टैग्रीस आणि युफ्रेटिस या दोन नद्या या प्रदेशातून वहातात. या दोन्ही नद्या जिथे समुद्राला मिळतात तिथे म्हणजे त्या नद्यांच्या मुखाशी प्राचीन काळी सुमेरिया नावाचा देश होता. इथल्या सुमेरियन लोकांनी सर्वप्रथम लिहिण्याचा वापर केला. चीन आणि इजिप्त मधल्या लोकांनी देखील लिहिण्याच्या पद्धती विकसित केल्या. हळू हळू लिहिण्याचा जगभर प्रसार झाला.

जेव्हा लिहिण्याचा शोध लागला, तेव्हा सुमेरिया आणि इजिप्त मधे शहरे, देवळे आणि शेताना पाणी पुरवण्यासाठी विशेष चर (कालवे) देखील होते. विकसित संस्कृतीचे हे मानदंड बनवण्यासाठी अनेक लोकांच्या सहकार्याची आवश्यकता होती. यासाठी सर्वांनाच वेळ देऊन काम करणे भाग होते. शिवाय त्यांना कर ही द्यावा लागत असे.

त्यासाठी या सर्व गोष्टींच्या नोंदी लिहून ठेवणे महत्वाचे होते. देवळातील धर्मगुरूंकडे अशा कामांची जबाबदारी सोपवलेली असे. कोणी किती कर दिला हे त्यांच्या नीटपणे लक्षात असणे गरजेचे होते. ते हे पाठ करून लक्षात ठेवू शकत असत, पण कधी कधी आठवण दगा देऊ शके, आणि मग वाद उद्भवू शकत. त्यापेक्षा करांसंबंधी काही तरी कायम स्वरूपाच्या खुणा करून ठेवणे केव्हाही अधिक बरे. वाद निर्माण झाल्यास, या खुणांचा आधार घेता येई.

जेव्हा लिहिण्याचा सर्वप्रथम शोध लागला, तेव्हा हे धर्मगुरू प्रत्येक शब्दासाठी वेगळी खूण वापरत असत. यामुळे खूपच खुणा पाठ करून लक्षात ठेवाव्या लागत, म्हणून लिहायला आणि वाचायला शिकणे फार कठिण होत असे. अगदी प्राचीन काळी फक्त धर्मगुरूंनाच लिहिता वाचता येत असे.

या खुणांपैकी, निरनिराळ्या आकड्यांच्या नोंदींसाठींच्या खुणा, हा एक फार महत्वाचा भाग होता. कारण कोणत्याही नोंदींमधे अनेक आकडे असणारच, हे इतके, ते तितके वगैरे...

प्रत्येक आकड्यासाठी निराळ्या प्रकारची खूण करणे शक्य होते, पण इतके वेगवेगळे आकडे असतात की त्यासाठी हजारो वेगवेगळ्या खुणा लक्षात ठेवाव्या लागतील.

आकड्यांच्या शोधासाठी सगळ्यात आधी हाताच्या बोटांचाच उपयोग केला गेला होता, मग 'एक' हा आकडा दाखवण्यासाठी बोटासारख्या दिसणाऱ्या एका उभ्या रेघेचा उपयोग केला तर? इजिप्तमधल्या लोकांनी हेच केले. श्र सारखी खूण केली की त्याचा अर्थ 'एक' हा आकडा. एखादी खूण जेव्हा एखादा आकडा दाखवण्यासाठी वापरली जाते, तेव्हा त्याला 'संख्यावाचक चिन्ह' (न्युमरल) असे म्हणतात. उदाहरणार्थ, एक उभी रेघ हे इजिप्तमधील एक या आकड्याचे चिन्ह आहे. इतर लोकांनीही हीच किंवा अशा सारखीच दुसरी एखादी खूण वापरली, कारण एक दर्शवण्यासाठी एका बोटाचे चित्र काढण्याचे सर्वांनाच सुचले असणार.

अर्थात, नेमक्या कोणत्या खुणा वापरल्या हे फारसे महत्वाचे नाही. पण ती चिन्हे कशी वापरली गेली हे अधिक महत्वाचे आहे. आपल्याला माहित असलेली चिन्हे जर आपण वापरली तर हे समजण्यास सोपे होईल. एक या आकड्यासाठी एक उभी रेघ हे चिन्ह आपण वापरतो.

समजा, आता आपल्याला 'दोन' साठी एक चिन्ह हवे आहे. अगदी नवे चिन्ह शोधण्याऐवजी, दोन उभ्या रेघा काढायला काय हरकत आहे? हे दोन बोटांसारखेच दिसते.

त्यानंतरचे काही आकडे लिहिणे सोपे आहे. तीनसाठी तीन रेघा, चारसाठी चार , अशा प्रकारे नऊ पर्यंत सहज करता येते.

यातला फायदा असा, की चिन्हांच्या रेघा मोजून बरोबर कोणता आकडा म्हणायचा आहे हे आपल्याला समजू शकते. पण यातला तोटा असा, की जेव्हा अशा बऱ्याच उभ्या रेघा असतील, तेव्हा लिहिताना त्या नेमक्या मोजून काढणे आणि वाचतानाही परत त्या सर्व मोजणे हे तसे त्रासदायकच आहे. लिहिताना किंवा वाचताना यात एखादी चूक होणे अगदी सहज शक्य आहे.

इजिप्तमधील लोक ही चिन्हे एका विशिष्ठ पद्धतीने लिहीत असत. पाच हा आकडा लिहिण्यासाठी, पाच उभ्या रेघा न काढता ते तीन उभ्या रेघा काढून त्याच्याच खाली आणखी दोन रेघा काढत असत. एकामागोमाग पाच रेघांच्या ऐवजी तीन रेघांखाली दोन रेघा ही रचना नजरेत येण्यास सोपी होती. त्याच पद्धतीने, नऊ उभ्या रेघा न काढता, ते तीन रेघा एकाखाली एक अशा तीन वेळा काढत असत.

अर्थात, जेव्हा आकडे अधिकाधिक मोठे होत जातील, तेव्हा दरवेळी प्रत्येक आकड्यांच्या रेघांचे लहान लहान गट बनवणे काही सोईचे होणार नाही. ५४ हा आकडा लिहिण्यासाठी तितक्याच रेघा काढण्याची कल्पना तर करून पहा.

इजिप्त मधल्या लोकांनी मग दहा साठी एक निराळेच चिन्ह शोधून काढले. त्यासाठी त्यांनी इंग्रजी ण हे अक्षर उलटे लिहिल्यासारखी खूण वापरली. अर्थात या पद्धतीचा उपयोग कसा करण्यात आला, हे समजून घेण्यासाठी आपल्याला काही त्यांचीच चिन्हे वापरण्याची गरज नाही. समजा, आपण त्याऐवजी दहा (टेन) दाखवण्यासाठी इंग्रजी 'टी' (ढ) या अक्षराचा

उपयोग केला. आपल्या भाषेत हे आपल्याला समजणे आणखीच सोपे होईल, कारण 'टेन' या दहा या अर्थाच्या शब्दाचे ते पहिले अक्षर आहे.

आपल्याला जर अकरा लिहायचे असेल, तर ते आपण ढ ख किंवा ख ढ असे लिहू शकू. कसेही लिहिले तरी हरकत नाही. दहा आणि एक किंवा एक आणि दहा, दोन्हीचा अर्थ अकराच होतो. बारा लिहिण्यासाठी ढ ख ख, ख ख ढ, ख ढ ख यापैकी काहीही लिहीले तरी त्यांची बेरीज बाराच होते.

अर्थात यासाठी एक ठराविक पद्धत ठरवणे अधिक सोईचे होईल. एकदा लोकांना अशा पद्धतीची सवय झाली की आकडे चटकन समजायला मदतच होईल. सगळे मोठे आकडे डाव्या बाजुला आणि छोटे आकडे उजव्या बाजुला लिहायचे असे ठरवता येते. म्हणजे तेवीस असे लिहिण्यासाठी, ढ ढ ख ख ख (दहा, दहा, आणि एक, एक, एक). चौऱ्याहत्तर म्हणजे ढढढढढढढखखखख, तर नव्याणौ ढढढढढढढढढखखखखखखखखख असे लिहिता येईल. अर्थात, हे ढ आणि ख मोजायला सोपे पडतील अशा एखाद्या पद्धतीनेही लिहीता येतील.

कोणतेही चिन्ह नऊ पेक्षा अधिक वेळा लिहायचे किंवा मोजायचे नाही असे इजिप्तमधील लोकांनी ठरवले. त्यामुळे कोणतेही चिन्ह नऊ वेळा झाले की दहाव्या वेळे साठी त्यांनी नवे चिन्ह शोधले.

शंभर लिहिण्यासाठी दहाचे चिन्ह दहा वेळा, ढढढढढढढढढढ असे लिहावे लागले असते. तसे न करता, शंभर दर्शवण्यासाठी एक नवे चिन्ह त्यांनी बनवले. त्याकाळी त्यांनी यासाठी वापरलेले चिन्ह हे थोडेसे स सारखे दिसे.

अर्थात, आपल्याला तेच वापरायची जरूर नाही. त्या ऐवजी शंभरसाठी आपण 'हंड्रेड' (र्कीपवीशव) या शब्दासाठी कहे अक्षर वापरू शकतो.

आता तीनशे तेहतीस हा आकडा कककढढढखखख अशा तऱ्हेने लिहीता येईल. सातशे अठरा लिहायचे झाल्यास, कककककककढखखखखखखखख , तर आठशे नव्वद ककककककककढढढढढढढढढ असे दिसेल. ही तीन चिन्हे वापरून नऊशे नव्व्याणौ पर्यंतचा कोणताही आकडा लिहीता येईल.

कककककककककढढढढढढढढढखखखखखखखखख हे झाले नऊशे नव्याणौ.

एक पासून ते नऊशे नव्याणौ यांच्या दरम्यानच्या कोणत्याही आकड्यासाठी केवळ तीनच चिन्हे लक्षात ठेवावी लागतात आणि कोणतेही चिन्ह नऊ पेक्षा अधिक वेळा मोजावे लागत नाही. एक हजार साठी शंभराचे चिन्ह दहा वेळा लिहावे लागेल, म्हणून नवे चिन्ह शोधण्यात आले. मग दहा हजारसाठी आणखी एक नवे चिन्ह, परत एक लाखासाठी दुसरे एक नवे चिन्ह वगैरे वगैरे...

ही पद्धत वापरून तुम्ही हवे तेवढे मोठे आकडे लिहू शकाल; पहिले चिन्ह दहाव्यांदा आले की एक नवे चिन्ह काढायचे.

३ रोमन लोक आणि आकडे

इजिप्तच्या लोकांनी शोधलेल्या पद्धतीत दहा या आकड्याला विशेष महत्वाचे स्थान होते कारण ती आपल्या दोन्ही हातांच्या बोटांची बेरीज आहे.

दक्षिण मिक्सिकोत युरोपातील लोक पोचण्यापूर्वी तेथे माया नावाच्या वंशाचे लोक रहात असत, त्यांची पद्धत ही वीस या आकड्यावर आधारलेली होती. आपल्या हातांची आणि पायांची मिळून वीस बोटे होतात. (इंग्रजीत देखील काही वेळा आपण 'वीस' दर्शवण्यासाठी 'स्कोअर' हा शब्द वापरतो. चोपन्न लोक हजर होते असे म्हणण्यासाठी आपण कधी कधी 'टू स्कोअर ॲन्ड फोर्टीन' अशी शब्दरचना करू शकतो. अमेरिकेचे अध्यक्ष अब्राहम लिंकन यांनी त्यांच्या गेटिस्बर्गच्या प्रसिद्ध भाषणाची सुरवात 'फोर स्कोअर ॲन्ड सेव्हन इयर्स ॲगो...' म्हणजे 'सत्यांशी वर्षांपूर्वी' अशी केली होती)

त्याशिवाय, बारा या आकड्यालाही जास्त महत्व देता येण्यासारखे आहे. काही दृष्टींनी बारा हा आकडा दहापेक्षा अधिक सोईचा आहे. दहाला फक्त दोन आणि पाच या दोनच आकड्यांनी भागता येते. दहाचा गट केला तर त्याचे तीन किंवा चार भाग हे पूर्णांकात करता येत नाहीत. बाराला मात्र दोन, तीन, चार आणि सहा यांनी भागता येते.

आपण डझन ही संकल्पना वापरतो, तेव्हा हे बाराचे महत्व लक्षात येते. उदाहरणार्थ, आपण एक डझन अंडी असे म्हणतो. अर्धा डझन म्हणजे सहा; एक तृतियांश म्हणजे चार; पाव डझन म्हणजे तीन; तर एक षष्ठमांश होतात दोन. एक डझन डझन अशा मापानेही आपण वस्तू विकतो. डझन डझन म्हणजे बारा वेळा बारा, म्हणजेच एकशे चव्वेचाळीस. त्याला आपण एक 'ग्रोस' असे नाव 'मोठा' या अर्थाच्या फ्रेंच शब्दावरून दिले.

सुमेरियन लोकांनी साठ ला विशेष महत्व दिले. त्याला बारापेक्षाही अधिक आकड्यांनी विभागता येते. आपल्या आयुष्यात सुद्धा आपण साठ या आकड्याला विशेष महत्व देतो. एका मिनीटात साठ सेकंद असतात, तर एका तासात साठ मिनीटे.

आपली पद्धत जितक्या मोठ्या आकड्यावर आधारलेली असेल, तितकी अधिक चिन्हे मोजून आपल्याला आकडे लिहावे लागतील. इजिप्तमधल्या लोकांनी दर दहाव्या चिन्हाला नवे चिन्ह शोधण्याऐवजी ते बाराव्याला शोधायचे असे ठरवले अशी कल्पना करा. मग आपल्याला

दरवेळी नऊ ऐवजी अकरा चिन्हे मोजावी लागतील. वीस किंवा साठपर्यंत मोजावे लागले तर आणखीच कठिण होईल.

आपण जर दहापेक्षा लहान आकडा वापरला तर ? समजा, एका हाताला पाच बोटे असतात म्हणून पाच हा आकडा ठरवला.

सुमारे २,००० वर्षांपूर्वी युरोप, आशिया आणि आफ्रिका खंडाच्या बऱ्याच मोठ्या भागाचा राज्यकारभार रोम या शहरातून चालवला जात असे. या 'रोमन साम्राज्या'त पाच या आकड्यावर आधारित पद्धत प्रचलित होती. या रोमन लोकांनी आकड्यांची चिन्हे त्यांच्या अक्षरांवरून घेतली होती. युरोप आणि अमेरिकेतील लोक रोमन अक्षरेच वापरतात म्हणून ती आपल्या ओळखीची आहेत.

रोमन लोकही एक हा ख असाच लिहीत. दोन, तीन आणि चार ते ही खख , खखख , खखखख असेच लिहीत. इथपर्यंत हे इजिप्तच्या पद्धतीप्रमाणेच दिसते, पण चार चिन्हे झाली की ते नवे चिन्ह शोधत. इजिप्तच्या पद्धतीप्रमाणे पाच हे खखखखख असे न लिहिता ते त असे लिहीत असत.

सहा हा आकडा खखखखखख असा न लिहिता ते तख असा लिहीत. नऊ म्हणजे तखखखख. त्यांना दहा तखखखखख असा लिहायची परवानगी नव्हती, कारण त्यात ख हे चिन्ह पाच वेळा येते. मग त्यांनी दहासाठी द हे नवे चिन्ह रूढ केले.

या पद्धतीतील एक हजारपर्यंतची चिन्हे खालीलप्रमाणे आहेत :

ख = एक

त = पाच

द = दहा

ङ = पन्नास

उ = शंभर

ऊ= पाचशे

च = एक हजार

पाच, पन्नास आणि पाचशे यासाठी नवी चिन्हे वापरल्यामुळे त्यांना, एक, दहा किंवा शंभरचे कोणतेच चिन्ह चारहून अधिक वेळा वापरावे लागत नसे.

बावीस लिहायचा असल्यास, ते तो ददखख लिहीत. त्र्याहत्तर म्हणजे ङददखखख . चारशे अठरा उउउउदतखखख यांप्रमाणे लिहिता येईल. एक हजार नऊशे नव्याणौ होईल चऊउउउउङदददददतखखखख .

जर इजिप्तमधल्या पद्धतीप्रमाणे एक हजार नऊशे नव्याणौ लिहायचे ठरवले, त्यासाठी आपल्याला हजारचे एक चिन्ह, शंभर , दहा आणि एकची प्रत्येकी नऊ चिन्हे, म्हणजे एकूण अठ्ठावीस चिन्हे लागतील. रोमन पद्धतीत फक्त सोळाच पुरली.

इजिप्तच्या पद्धतीत चारच प्रकारची चिन्हे वापरली जात तर रोमन पद्धतीत ती सात होती. रोमन पद्धतीत मोजण्याचे काम कमी होते पण अधिक चिन्हे लक्षात ठेवावी लागतात.

सुरवातीला जेव्हा रोमन आकडे विकसित करण्यात आले तेव्हा ही चिन्हे कोणत्याही क्रमाने मांडली तरी चालत असे. दतख , दखत , खदत , तखद या सर्वांचा अर्थ सोळा असाच होतो. दहा, पाच आणि एक हे कोणत्याही क्रमाने आले तरी त्यांची बेरीज अखेर सोळाच होते.

अर्थात सर्व चिन्हे जर एखाद्या विशिष्ठ क्रमाने मांडली, तर त्यांची बेरीज करणे सोपे होते. साधारणपणे एकाच प्रकारची सर्व चिन्हे एकत्र ठेवली जातात. सर्वात मोठा आकडा दाखवणारे चिन्ह डाव्या बाजुला, तर त्याहून लहान उजवीकडे, अशा क्रमाने ती लिहिली जातात. म्हणजे, सत्याहत्तर लिहायचे झाल्यास, ते डददतखख असे लिहिले जाईल. सर्वात आधी पन्नासचे चिन्ह, मग दहाचे त्यानंतर पाचाचे आणि शेवटी एकाचे.

नंतर, रोमन लोकांनी ही चिन्हे लिहिताना ती आणखी कमी करण्याचे काही मार्ग शोधले. ही चिन्हे नेहमी डावीकडून उजवीकडे या क्रमानेच लिहिली जात असत, मग काही वेळा यांचा क्रम बदलला तर?

मोठ्या आकड्याच्या चिन्हानंतर जेव्हा लहान आकड्याचे चिन्ह लिहिले जाते, तेव्हा त्यांची बेरीज करायची हे सर्वसामान्य तत्व असते. म्हणून, तख चा अर्थ पाच अधिक एक म्हणजेच सहा. त्याऐवजी जर लहान आकड्याचे चिन्ह मोठ्या आकड्याच्या चिन्हापूर्वी लिहिले तर त्याचा अर्थ तो लहान आकडा मोठ्या आकड्यातून वजा करायचा. या पद्धतीने खत याचा अर्थ पाच वजा एक म्हणजे चार.

चार हा आकडा खखखख च्या ऐवजी खत असा लिहिला, तर चारऐवजी दोनच चिन्हे लागतात. पण त्यांचा क्रम ध्यानात घेऊन त्यांची बेरीज न करता वजाबाकी करायची हे लक्षात ठेवावे लागते.

त्याच पद्धतीने, दङ हे चाळीस आहेत, तर डद हे साठ आणि दउ हे नव्वद तर उद म्हणजे एकशे दहा. उच होतात नऊशे तर चउ हे आहेत एक हजार एकशे.

१९७३ हे साल दोन प्रकारांनी लिहिता येईल. चउचडददखखख यात नऊ चिन्हे वापरावी लागली, तर चउउउउउडददखखख याला बारा चिन्हे लागली. एक हजार नऊशे नव्याणौ हे पुढील दोन प्रकारांनी लिहिता येईल: चउचदउखद किंवा चउउउउउडददददतखखखख . याला सात किंवा सोळा चिन्हे वापरावी लागली.

अर्थात एकदा ही वजाबाकीची संकल्पना वापरायला लागल्यावर चिन्हांचा क्रम वाटेल तसा बदलता येत नाही. प्रत्येक चिन्ह योग्य जागी असणे फारच महत्वाचे ठरते.

रोमन साम्राज्याच्या पश्चिम विभागाचा ऱ्हास सुमारे १,५०० वर्षांपूर्वीच झाला. पण त्यानंतरही सुमारे ७०० वर्षांपर्यंत पश्चिम युरोपमधील लोक रोमन आकडेच वापरत होते.

४ आकडे आणि अक्षरे

इजिप्तच्या आणि रोमच्या या दोन्ही पद्धतीत चिन्हे परत परत वापरावी लागतात. त्याचप्रमाणे खखख , दद किंवा ढढढढढढढ असे निरनिराळे समूह बनवून वापरावे लागतात. याचाच अर्थ, आपल्याला ही चिन्हे मोजावी लागतात आणि मोजताना चूक होऊ शकते.

कोणतेही चिन्ह एका आकड्यात एकाहून अधिक वेळा वापरावे लागणार नाही असा काही मार्ग असू शकेल का? तसे करण्यासाठी आपल्याला अनेक चिन्हे वापरावी लागतील. जर दोन लिहिण्यासाठी आपल्याला दोन उभ्या रेघा काढायच्या नसतील, तर मग त्यासाठी एक वेगळेच चिन्ह निवडावे लागेल. तीच गोष्ट तीन आणि चारच्या बाबतीतही घडेल.

ही पद्धत काही फारशी चांगली नाही असे लक्षात येईल कारण त्यासाठी आपल्याला बरीच निरनिराळी चिन्हे पाठ करावी लागतील. पण जर ही चिन्हे अगोदरच पाठ केलेली असतील तर?

सुमारे ३,४०० वर्षांपूर्वी, भूमध्य समुद्राच्या पूर्व किनाऱ्यावर, म्हणजे आता ज्याला आपण लेबॅनन म्हणतो, त्या देशात रहाणाऱ्या 'फोनिशियन' लोकांनी प्रथम अक्षरांचा शोध लावला. त्यांनी वेगवेगळा उच्चार असणारी अनेक अक्षरे तयार केली. ही अक्षरे वापरून कोणताही शब्द बनवता येत असे.

या अक्षरांचा सर्वत्र प्रसार झाला. उदाहरणार्थ, ती हिब्रु आणि ग्रीक लोकांपर्यंत देखील पोचली. जे कोणी लिहायला आणि वाचायला शिकले, त्यांना ही अक्षरे पाठ करावी लगली. (अक्षरांमुळे हे खूपच सोपे झाले.) अर्थात, वेगवेगळ्या भाषेत या अक्षरांची नावे वेगळी होती, पण प्रत्येकाने आपल्या स्वत:च्या भाषेतील अक्षरे लक्षात ठेवली की ते पुरेसे होते.

हिब्रु मुले अक्षरे शिकताना, आलेफ, बेथ, जिमेल, दालेद, हाय वगैरे म्हणायला शिकत असत. तर ग्रीक मुले अल्फा, बीटा, गॅमा, डेल्टा, एप्सिलॉन, झिटा वगैरे म्हणत. इंग्रजी बोलणारी मुले ए, बी, सी, डी, ई, एफ असे शिकत.

ही अक्षरे इतक्या उत्तम प्रकारे शिकली जातात, की लिहिता येणारा कोणीही ती अगदी सहजपणे चटकन लिहू शकतो. प्रत्येक अक्षर हे त्याच्या क्रमाप्रमाणे, ओळीने पाठ केलेले असते आणि प्रत्येकाचे एक विशिष्ठ चिन्ह असते.

अक्षरांचीच चिन्हे आकड्यांसाठीही वापरायला काय हरकत आहे? पहिले अक्षर हे एक या आकड्यासाठी, दुसरे अक्षर दुसऱ्या आकड्यासाठी, तिसरे अक्षर तिसऱ्या आकड्यासाठी वगैरे वगैरे... म्हणजे एकही नवे चिन्ह शिकण्याची गरज नाही. सर्व चिन्हे आधीपासूनच महित आहेत .

हिब्रु आणि ग्रीक अक्षरे आपल्या अक्षरांपेक्षा बरीच निराळी आहेत, पण आपल्याला त्याकडे लक्ष द्यायचे काहीच कारण नाही. ग्रीक आणि हिब्रु या दोन्ही लोकांनी आकडे लिहिण्याची जी पद्धत वापरली ती आपल्यासाठी महत्वाची आहे. आपण आपली अक्षरे वापरून याचा कसा उपयोग होतो ते पाहूया.

आपली अक्षरे आपण खालीलप्रमाणे वापरू शकतो:

अ = एक

इ = दोन

उ = तीन

ऊ = चार

ए = पाच

ऋ = सहा

ॠ = सात

क = आठ

ख = नऊ

ग = दहा

आपण जर अशाच प्रकारे आकडे लिहित गेलो, तर फक्त सव्वीस या आकड्यापर्यंतच पोचू कारण आपल्याकडे फक्त तेवढीच अक्षरे आहेत.

त्या ऐवजी आपण त्यांच्या निरनिराळ्या रचना करू शकू. अकरा लिहिण्यासाठी, आपण दहा-एक, किंवा गअ असे लिहू शकू. बारा होईल गइ. याच प्रकारे तेरा म्हणजे गउ, चौदा म्हणजे गऊ पंधरा असेल गए, तर सोळा साठी आपण गऋवापरू शकू , अशा प्रकारे गख म्हणजे एकोणीस पर्यंत जाता येईल.

वीस हा आकडा आपण गग असा लिहू शकू, पण यात आपण तेच चिन्ह परत वापरत आहोत. त्या ऐवजी आपण या पुढचे अक्षर घ हे वीस साठी वापरू शकू. म्हणजे ग या अक्षरापासून सुरवात करून आपण पुढचे आकडे खालील प्रमाणे लिहू शकू:

ग = दहा

घ = वीस

ङ = तीस

च = चाळीस

छ = पन्नास

ज = साठ

झ = सत्तर

ट = ऐंशी

ठ = नव्वद

ड = शंभर

ढ = दोनशे

ण = तीनशे

त = चारशे

थ = पाचशे

द = सहाशे

ध = सातशे

न = आठशे

आता आपल्याकडची अक्षरे संपली आहेत, पण तरीही नऊशे साठी, उदाहरणार्थ आपण या सारखे दुसरे एखादे चिन्ह बनवू शकतो.

या पद्धतीने आपल्याला हजाराच्या आतील कोणतीही संख्या एक, दोन किंवा तीन चिन्हांचा वापर करून लिहिता येईल आणि एका आकडयात कोणतेही चिन्ह दोनदा येणार नाही.

पंचाहत्तर आपण झए असे लिहू शकू, एकशे छप्पन्न हे डछऋ या प्रकारे, तर आठशे दोन नइ असे लिहिता येईल. नऊशे नव्याणौ म्हणजे ठख. एक पासून नऊशे नव्याणौ पर्यंतचे सर्व आकडे तुम्ही स्वत: देखील अशा तऱ्हेने लिहून पाहू शकाल. हे तसे सोपे आहे.

जर नऊशे नव्याणौ च्या पुढे जायचे असेल तर त्यासाठी वेगळी चिन्हे बनवावी लागतील. एखाद्या अक्षरावर जर आडवी रेघ काढली तर त्याचा अर्थ, त्या आकड्याला एक हजाराने गुणले असा होऊ शकेल. म्हणजे अ या अक्षरावर आडवी रेघ असेल तर तो झाला एक हजार, इ वर आडवी रेघ काढली तर ते झाले दोन हजार वगैरे वगैरे... पाच हजार आठशे एकवीस लिहायचे असल्यास, ए या अक्षरावर आडवी रेघ काढून त्याच्यापुढे नघअ असे लिहिता येईल.

अक्षरे आणि आकडे या दोन्हीसाठी एकाच प्रकारची चिन्हे वापरण्यातली मुख्य अडचण म्हणजे त्यामुळे आकडे हे शब्दांसारखेच दिसतात.

उदाहरणार्थ, आपली अक्षरे वापरून, पाचशे पासष्ठ लिहिण्यासाठी बनवलेले चिन्ह आहे थजए. हा इंग्रजीत एक शब्द आहे आणि त्याचा अर्थ आहे दु:ख. म्हणून पाचशे पासष्ठ हा शब्दच वाईट आहे, त्याने दु:ख ओढवेल असे लोकांना वाटण्याची शक्यता आहे.

कदाचित, कोणत्या आकड्यासाठी कोणते अक्षर वापरले आहे यावरून ते आकड्यांचे निराळेच अर्थ लावण्याची एखादी पद्धत शोधून काढतील. ग्रीक आणि हिब्रु या दोन्ही लोकांनी असेच केले आणि वेडगळपणाचे एक वेगळेच संख्याशास्त्र (न्युमरॉलॉजी) शोधून काढले.

आजही हे संख्याशास्त्र प्रचलित आहे आणि बरेच लोक यावर विश्वास देखील ठेवतात. ग्रीक आणि हिब्रु लोकांनी अक्षरे आणि आकडे या दोन्हीसाठी तीच चिन्हे वापरली म्हणूनच हे सर्व सुरू झाले.

५ आकडे आणि 'काही नाही'

अक्षर न वापरता प्रत्येक आकड्यासाठी निराळेच चिन्ह वापरण्याचे ठरवले तर तेच अधिक बरे होईल. आकड्यांसाठी आपण अगदी निराळीच चिन्हे शोधून काढली आहेत अशी कल्पना करा. हिंदुस्थानातल्या लोकांनी आकड्यांसाठी अशी नवी, वेगळी चिन्हे शोधून काढली आणि आजही आपण त्यांचाच उपयोग करतो. अनेक शतकांपूर्वी हिंदुस्थानातील लोकांनी शोधून काढलेल्या, आणि आजच्या आपल्या चिन्हांचे स्वरूप काहीसे निराळे आहे. तरीही जर त्यांच्या जुन्या आकड्यांकडे पाहिले तर आपल्या आजच्या अंकांची सुरवात त्यात दिसून येते. हिंदुस्थानातील लोकांकडून आपल्याला खालील गोष्टी मिळाल्या:

१ = एक

२ = दोन

३ = तीन

४ = चार

५ = पाच

६ = सहा

७= सात

८ = आठ

९ = नऊ

हे आकडे, किंवा त्यांचे मूळ स्वरूप हिंदुस्थानात सुमारे २,२०० वर्षांपूर्वीपासून दिसून येते. आपण हिंदुस्थानातील लोकांप्रमाणे त्यांचे आकडे कसे काय वापरू लागलो असा विचार कदाचित तुमच्या मनात येईल. अखेर, ती केवळ निराळी चिन्हे आहेत, इतकेच ना? रोमन आकड्यांची लोकांना आधीपासून सवय होती, मग त्यांनी तेच का वापरले नाहीत?

हो, खरे आहे! शक्य तोवर लोकांनी तेच आकडे वापरायचा प्रयत्न केला. परंतू हिंदुस्थानातील लोकांनी शोधलेली पद्धत अधिक चांगली होती म्हणून तिचा हिंदुस्थान बाहेरही प्रसार होऊ लागला.

सुरवातीला, इजिप्तच्या लोकांप्रमाणेच, हिंदुस्थानातील लोकांनी देखील नऊ पेक्षा मोठ्या आकड्यांसाठी नवी चिन्हे तयार केली. दहा, वीस, तीस वगैरेंसाठी, तसेच शंभर,दोनशे, तीनशे वगैरेंसाठी देखील त्यांच्याकडे निराळी चिन्हे होती.

पण याची काय आवश्यकता आहे असे कोणीतरी (नेमके कोणी विचारले हे आपल्याला माहित नाही) विचारले असणार. दोनशे या आकड्याचा अर्थ आहे ' दोन वेळा शंभर'. वीस याचा अर्थ आहे 'दोन वेळा दहा'. दोन याचा अर्थ आहे 'दोन वेळा एक'. म्हणजे प्रत्येक वेळी याचा अर्थ होतो, काहीतरी दोन वेळा.

सर्वात उजव्या बाजुचे चिन्ह म्हणजे कितीवेळा 'एक' आहे हे दाखवणार, असे तुम्ही मनाशी ठरवलेत अशी कल्पना करा. त्याच्या डाव्या बाजुचे चिन्ह किती वेळा दहा आहेत हे दाखवतो. त्याच्याही डाव्या बाजुचे चिन्ह किती वेळा शंभर आहेत हे दाखवेल आणि ही पद्धत अशीच वाढत जाऊ शकेल. कोणत्याहि चिन्हाचा अर्थ ते कोणत्या ठिकाणी आहे यावरून ठरेल. या पद्धतीने, १, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९ हे हिंदुस्थानातील आकडे पुरेसे ठरू शकतात.

समजा, आपण ३५४ हा आकडा घेतला. सर्वात उजवीकडचा आकडा, चार एक, म्हणजेच चार आहेत हे दर्शवतो. त्याच्या डावीकडचा आकडा पाच दहा, म्हणजेच पन्नास दर्शवतो. त्याच्याही डावीकडचा आकडा तीन शंभर, म्हणजेच तीनशे दर्शवतो. चार, पन्नास आणि तीनशे यांची बेरीज होते तीनशे चोपन्न आणि ३५४ या चिन्हाचा तोच अर्थ आहे.

या पद्धतीने कोणताही आकडा वाचता येतो. १८ या आकड्याचा अर्थ आहे एक दहा आणि आठ एक म्हणजेच दहा आणि आठ किंवा अठरा. ९९९ याचा अर्थ आहे नऊ शंभर, नऊ दहा आणि नऊ एक. म्हणजेच नऊशे, नव्वद आणि नऊ किंवा नऊशे नव्याणौ.

या पद्धतीने तुम्ही हवे तितके मोठे आकडे बनवू शकता. ८७२३५ असा एक आकडा घेतला, आणि उजवीकडून डावीकडे याक्रमाने वाचत गेले, तर त्यात पाच एक, तीन दहा, दोन शंभर, सात हजार आणि आठ दहा हजार आहेत असा त्याचा अर्थ आहे. यांची बेरीज येते, सत्यांशी हजार दोनशे पस्तीस. आपण केवळ हिंदुस्थानात प्रचलित असणारी नऊ चिन्हेच वापरत आहोत, त्याशिवाय अधिक काहीच नाही. पण यातही एक अडचण आहे.

समजा, तुम्हाला दोन हजार तीन असा एक आकडा लिहायचा आहे. यात दोन 'एक हजार' आणि तीन 'एक' आहेत. यात 'शंभर' आणि 'दहा' अजिबातच नाहीत.

हा आकडा २३ असा लिहून चालेल का? दोन म्हणजे दोन 'एक हजार' आणि तीन 'एक' असे लिहिले तर दोन म्हणजे दोन 'एक हजार' हे कशावरून? दोनचा अर्थ दोन 'शंभर' किंवा दोन 'दहा' असाही असू शकतो.

कदाचित यात 'शंभर' आणि 'दहा' नाहीत असे सांगण्यासाठी एकेक जागा मोकळी सोडून देता येईल. म्हणजे २ ३ असे लिहिता येईल. यावरून 'शंभर' आणि 'दहा' यांची जागा मोकळी सोडली आहे, याचा अर्थ दोन म्हणजे दोन 'हजार' असले पाहिजेत असे लक्षात येईल.

पण रिकाम्या जागेत दोन आकड्यांची जागा सोडली आहे हे नेमके कसे कळणार? एखादे वेळेस ती एकाच आकड्याची जागा असेल, नाहीतर तीन ची देखील असू शकेल.

नाही, म्हणजेच केवळ जागा रिकामी सोडून भागणार नाही. त्या ऐवजी, 'दहा अजिबात नाहीत' आणि 'शंभर अजिबात नाहीत' असे दाखवण्यासाठी काही तरी चिन्ह असायला हवे.

अर्थात, अशा तऱ्हेच्या एखाद्या चिन्हाची आवश्यकता आहे हे समजणे हीच मोठी कठिण गोष्ट होती. माणसांनी आकडे दर्शवण्यासाठी चिन्हे वापरायला सुरवात केल्यापासून, 'काही नाही' हे दर्शवणाऱ्या चिन्हाची गरज वाटण्यासाठी हजारो वर्षे जावी लागली.

अखेर यासाठी एक विशेष चिन्ह वापरण्याचे नेमके कुणाला सुचले हे आपल्याला माहित नाही. ते एका हिंदु विद्धानाला सुचले असे आपण समजतो. ते कधी सुचले हे ही आपल्याला माहित नाही. त्याला बहुधा १,३०० वर्षे झाली असावीत.

आता 'काही नाही' हे दर्शवण्यासाठी आपण एक 'पोकळ गोल' या चिन्हाचा (०) वापर करतो. हिंदुस्थानात याला 'शून्य' म्हणतात, त्याचा अर्थ आहे 'काही नाही'.

आता या 'काही नाही' चा कसा उपयोग होतो ते पाहूया. आपल्याला जर तेवीस लिहायचे असले, तर त्याचा अर्थ आहे, दोन 'दहा' आणि तीन 'एक', म्हणून आपण लिहितो, २३. जर दोनशे तीन असे लिहायचे असेल, तर आपल्याकडे दोन 'शंभर', 'दहा' नाहीत, आणि तीन 'एक' आहेत म्हणून आपण ते २०३ असे लिहितो.

दोन हजार तीस लिहायचे असेल तर? त्यात दोन 'एक हजार', 'शंभर' नाहीत, तीन 'दहा' आणि 'एक' नाहीत, म्हणून ते २०३० असे लिहिले जाईल.

आता दोन हजार तीनशे हे २३००, आणि दोन हजार तीन हे २००३ असे का लिहिले जाते हे तुम्ही शोधून काढा बरे.

त्याच पद्धतीने दहा म्हणजे एक 'दहा' आणि 'एक' नाहीत म्हणून ते आपण १० असे लिहितो.

१, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९ आणि 'काही नाही' साठी ० ही हिंदुस्थानात शोधण्यात आलेली चिन्हे वापरून कोणतीही संख्या सहजपणे लिहिता येते. कोणता आकडा कोणत्या जागी आहे याबद्दल देखील काही शंका रहात नाही.

६ आकडे आणि आपले जग

हिंदुस्थानातील लोकांनी शोधलेले आकडे आणि 'काही नाही' हे दर्शवणारे चिन्ह असणारी पद्धत ही जगातील सर्वोत्तम पद्धत आहे यात काहीच शंका नाही. मोठाले आकडे सुद्धा फक्त थोडी चिन्हे वापरून लिहिता येतात आणि कितीही मोठा आकडा लिहायचा असला तरी एकूण दहाहून अधिक चिन्हे कधीच पाठ करावी लागत नाहीत. तसेच आकड्यांचे शब्द बनत नाहीत म्हणून गोंधळ ही होत नाही.

सगळ्यात महत्वाचे म्हणजे, या हिंदुस्थानातील पद्धतीने लिहिलेल्या आकड्यांमुळे गणित करणे हे इतर कोणत्याही पद्धतीपेक्षा सोपे होते.

प्राचीन काळी, ज्यांनी गणिताचा अनेक वर्षे अभ्यास केला असेल, असे लोकच रोमन किंवा ग्रीक आकडे वापरून भागाकार करू शकत. हिंदुस्थानातील पद्धतीने, शाळेतली मुलेही सहज भागाकार शिकू शकतात. तुम्हाला जर मोठे भागाकार कठिण वाटत असतील, तर एकदा रोमन आकडे वापरून भागाकार करायचा प्रयत्न तर करून पहा!

हिंदुस्थानातील आकड्यांच्या पद्धतीने गणिते करणे किती सोपे होते हे एकदा लोकांच्या लक्षात आल्यावर लोकांनी हे आकडे वापरायला सुरवात केली. या पद्धतीचा प्रसार होऊ लागला.

साधारणपणे नवव्या शतकात, 'काही नाही' च्या चिन्हाचा शोध लावल्यानंतर थोड्याच कालावधीने, हिंदुस्थानातील ही पद्धत हिंदुस्थानच्या उत्तरेकडील आणि पश्चिमेकडील प्रदेशात पसरली. या प्रदेशातील लोक अरबी भाषा बोलत असत. अरबी भाषा बोलणारे लोक

आफ्रिकेच्या उत्तरेकडील भागात आणि स्पेनमधे ही रहात असत. हिंदुस्थानातील या आकड्यांचा प्रसार आफ्रिकेतून स्पेनमधे झाला.

हिंदुंचे 'काही नाही' चे चिन्ह 'शून्य' याला अरब लोक 'झिफ्र' म्हणत असत.

इ.स. ८२० च्या सुमारास, मुहम्मद अल-ख्वारिझ्मि या अरब गणितज्ञाने गणितासंबंधी एक महत्वाचा ग्रंथ लिहिला. हिंदुस्थानातील आकड्यांच्या पद्धतीचा गणितात कसा वापर करावा यासंबंधी तपशीलवार माहिती प्रथमच त्याने या ग्रंथात दिली.

जवळ जवळ शंभर वर्षांनंतर, जेर्बर्ट या फ्रेंच गृहस्थाला मोठीच ज्ञानलालसा होती. त्याकाळी फ्रान्स, इंग्लंड आणि जर्मनी हे अज्ञानाच्या 'अंधार युगा'तच (डार्क एज) होते. त्यांच्याकडे फारच थोड्या शाळा आणि पुस्तके होती आणि फारच थोड्या लोकांना लिहिता वाचता येत असे. मात्र अरबांच्या अधिपत्याखालील स्पेन त्यामानाने बराच प्रगत होता.

इ.स. ९६७ मधे जेर्बर्ट स्पेनला गेला आणि त्याने अरबी भाषेतील ग्रंथांचा अभ्यास केला. त्याने अल-ख्वारिझ्मिचा ग्रंथही वाचला आणि या नव्या आकड्यांच्या सोईस्कर पद्धतीने तो प्रभावित झाला. फ्रान्सला परत येताना त्याने ही पद्धत आपल्याबरोबर आणली. युरोपमधील लोक याला 'अरब आकडे' असे म्हणत असत, कारण अरबी भाषा बोलणाऱ्यांकडून त्यांना हे आकडे मिळाले होते. हे आकडे अरबांना प्रथम हिंदुस्थानातून मिळाले होते हे युरोपमधील लोकांना माहित नव्हते. १, २, ३ वगैरे आकड्यांना आजही आपण अरबी आकडे असे म्हणतो.

इ.स. ९९९ मधे जेर्बर्ट सिल्व्हेस्टर ख्ख या नावाने पोप झाला, म्हणून युरोपमधील लोक त्याचे ऐकतील असे तुम्हाला वाटत असेल. पण तसे झाले नाही. आणखीही काही विद्धानांनी या नव्या अरबी आकड्यांची शिफारस केली. पण त्याकाळी युरोपमधील लोक रोमन आकडे वापरत असत आणि त्यांना त्याची सवय होती. रोमन आकडे जरी गैरसोईचे असले आणि गणिते करणे जरी त्यामुळे खूपच कठिण होत असले तरीही युरोपमधील लोक त्या पद्धतीलाच चिकटून राहिले.

आणखी दोन शतके गेली. इटलीतील पिसा या शहरात लिओनार्डो फिबोनाची नावाचा एक गृहस्थ रहात असे. उत्तर आफ्रिकेत प्रवास करत असताना हिंदुस्थानातील आकड्यांची पद्धत तिथे त्याला समजली. १२०२ साली त्याने एक ग्रंथ प्रसिद्ध केला, त्यात त्याने हे अरबी आकडे आणि 'काही नाही' च्या चिन्हाचाही वापर केला. यांचा गणितासाठी कसा उपयोग करता येतो ते त्याने दाखविले.

तोपर्यंत युरोप 'अंधार युगा'तून बाहेर पडू लागला होता. लोक अधिक सुखवस्तू आणि शिकलेले होते. विशेषत: इटलीत अनेक व्यापारी होते आणि त्यांच्या व्यवहाराचा हिशोब ठेवण्यासाठी त्यांना बरीच आकडेमोड करावी लागत असे. इटलीतील व्यापाऱ्यांना जेव्हा हे अरबी आकडे फारच सोईचे वाटू लागले, तेव्हा त्यांनी रोमन आकडे वापरणे सोडून दिले आणि

त्या ऐवजी ही नवी पद्धतच वापरायला सुरवात केली. 'काही नाही' चे चिन्ह फारच महत्वाचे आहे हे त्यांच्या लक्षात आले. त्यासाठी ते 'झिव्र' हा अरबी शब्द वापरत असत. मग त्यांनी त्याचा 'झेपिरो' केला कारण हा उच्चार सोपा होता आणि त्यांना तो अधिक नैसर्गिक वाटत होता.

'झेपिरो' ह शब्द आपला 'झिरो' झाला आणि 0 या चिन्हासाठी तो सामान्यपणे वापरला जातो.

'नॉट' (र्पीसहीं) हा 'काही नाही' याच अर्थाचा आणखी एक शब्दही उपयोगात असलेला आपल्याला माहित आहे.

इटलीमधून या अरबी आकड्यांचा युरोपमधे सर्वत्र प्रसार झाला. कोलंबसाला अमेरिकेचा शोध लागला त्या काळापर्यंत युरोपात सगळीकडे अरबी आकडे वापरले जात होते.

आज कधी कधी आपण रोमन आकडे वापरतो, ते केवळ भाव खाण्यासाठी आणि जेव्हा गणित करायचे नसेल तेव्हाच. एलिझाबेथ, ही तेच नाव असणारी इंग्लंडची दुसरी राणी आहे. म्हणून तिला दुसरी एलिझाबेथ असे म्हणताना एलिझाबेथ खख असे म्हंटले जाते. पोप पॉल हा त्याच नावाचा सहावा पोप होता, म्हणून सहावा पोप असे लिहिताना पोप पॉल तख असा रोमन आकड्याचा वापर केला जातो.

आता अरबी आकडे काही फक्त युरोपमधेच वापरले जातात असे नाही. गेल्या शतकात या आकड्यांचा सर्वत्र प्रसार झाला आहे. डझनावारी वेगवेगळ्या भाषात, वेगवेगळी चिन्हे अक्षरांसाठी वापरली जात असली तरीही त्या भाषातले, १, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९ आणि ० यासाठीचे शब्द तुम्हाला ओळखीचे वाटतील.

कल्पना करा की या सगळ्याची सुरवात, कोणातरी प्राचीन माणसाला आपल्याकडे दगडाच्या किती कुऱ्हाडी आहेत हे कसे सांगावे असा प्रश्न पडला असताना आपल्या हाताच्या बोटांकडे पाहून काहीतरी विचार सुचला, इथपासून झाली.